1. $\vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$

a) $\underline{\vec{n}_1 = \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \end{pmatrix}}$ $\underline{\vec{n}_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}}$

b) $\vec{a} = \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix}$ $c = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\vec{a} \cdot \vec{v} = \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix} = (-5) \cdot (-1) + 3 \cdot 4 = 5 + 12 = 17 \neq 0 \Rightarrow \underline{\vec{a} \not\perp \vec{v}}$

$\vec{b} \cdot \vec{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix} = 2 - 12 = -10 \neq 0 \Rightarrow \underline{\vec{b} \not\perp \vec{v}}$

$\vec{c} \cdot \vec{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix} = -4 + 4 = 0 \Rightarrow \underline{\vec{c} \perp \vec{v}}$

c) $\vec{d} = \begin{pmatrix} 3 \\ y \end{pmatrix}$ $\vec{e} = \begin{pmatrix} x \\ -2 \end{pmatrix}$

"soll sein", gleichsetzen

$$\vec{d} \cdot \vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix} = -3 + 4y \stackrel{!}{=} 0 \quad | +3$$

$$4y = 3 \quad | :4$$

$$y = \tfrac{3}{4}$$

$\underline{\vec{d} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3/4 \end{pmatrix}}$ $\underline{\vec{d} = \frac{3}{4} \cdot \vec{n}_2}$ $\underline{\vec{d} = -\frac{3}{4} \cdot \vec{n}_1}$

$$\vec{e} \cdot \vec{v} = \begin{pmatrix} x \\ -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix} = -x - 8 \stackrel{!}{=} 0 \quad | +8 \,;\, \cdot(-1)$$

$$x = -8$$

$\underline{\vec{e} = \begin{pmatrix} -8 \\ -2 \end{pmatrix}}$ $\underline{\vec{e} = -2 \cdot \vec{n}_2}$ $\underline{\vec{e} = 2 \cdot \vec{n}_1}$

d) $\cos(\varphi) = \dfrac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b}\|}$

$\vec{a} \cdot \vec{b} = \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix} = 10 - 9 = 1$ $\|\vec{a}\| = \sqrt{34}$ $\|\vec{b}\| = \sqrt{13}$

$$\varphi = \cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{34} \cdot \sqrt{13}}\right) = 87.27°$$

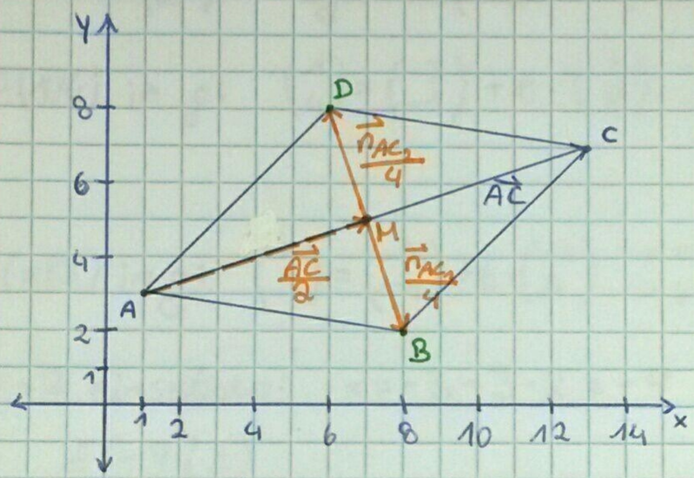
2. # [A(1/3), B, C(13/7), D] $\overline{AC} = 2 \cdot \overline{BD}$

$\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 12 \\ 4 \end{pmatrix}$ $M = A + \frac{\overrightarrow{AC}}{2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \end{pmatrix}$ M(7/5)

$\vec{n}_{AC_1} = \begin{pmatrix} -4 \\ 12 \end{pmatrix}$ $\vec{n}_{AC_2} = \begin{pmatrix} 4 \\ -12 \end{pmatrix}$

$B = M + \frac{\vec{n}_{AC_2}}{4} = \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \end{pmatrix}$ <u>B(8/2)</u>

$D = M + \frac{\vec{n}_{AC_1}}{4} = \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \end{pmatrix}$ <u>D(6/8)</u>



3. ▱ [A(-3/0), B(1/-1), C(4/3), D(0/4)]

$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{16+1} = \sqrt{17}$

$\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ $\|\overrightarrow{BC}\| = 5$

Anm.: 3, 4, 5 sind "Pythagoräisches Tripel"

$\overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\|\overrightarrow{CD}\| = \sqrt{17}$

$\overrightarrow{DA} = \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix}$ $\|\overrightarrow{DA}\| = 5$

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = 12 - 4 = 8 \neq 0 \Rightarrow \overrightarrow{AB} \not\perp \overrightarrow{BC}$

da $\|\overrightarrow{AB}\| = \|\overrightarrow{CD}\|$, $\|\overrightarrow{BC}\| = \|\overrightarrow{DA}\|$ und $\overrightarrow{AB} \not\perp \overrightarrow{BC}$, folgt, dass es sich bei dem Viereck um ein <u>Parallelogram</u> handelt

4. $A(-3/-1)$, $B(2/0)$, $C(-1/2)$

a) $\vec{AB} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\qquad h_{AB}: X = A + s \cdot \vec{AB} = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$

C einsetzen: $\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\leadsto -1 = -3 + 5s \leadsto 2 = 5s \Rightarrow s = \frac{2}{5}$
$\leadsto 2 = -1 + s \Rightarrow s = 3$ $\quad \neq$

$\Rightarrow \underline{C \notin h_{AB}}$

die Punkte A, B, C liegen nicht auf einer Geraden

b) $\vec{BC} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\qquad \underline{g: X = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}}$

$D(1/4)$ in g: $\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\leadsto 1 = -3 - 3t \Rightarrow t = -\frac{4}{3}$
$\leadsto 4 = -1 + 2t \Rightarrow t = \frac{5}{2}$ $\quad \neq$

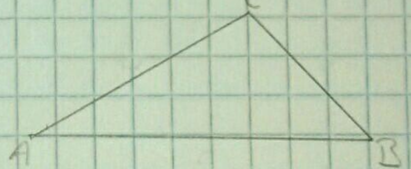
$\Rightarrow \underline{D \notin g}$

$E(x/3)$ in g: $\begin{pmatrix} x \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\leadsto x = -3 - 3t$
$\leadsto 3 = -1 + 2t \Rightarrow t = 2$

$t = 2$ einsetzen: $x = -3 - 3 \cdot 2 = -9$

$\underline{E(-9/3)}$

c) Ges.: g_{AB}, g_{BC}, g_{AC}



$g_{AB}: X = A + s \cdot \vec{AB}$

$\vec{AB} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\underline{g_{AB}: X = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}}$

$\vec{BC} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\underline{g_{BC}: X = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}}$

$\vec{AC} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

$\underline{g_{AC}: X = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix} + u \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}}$

5) Geg.: $g: X = \begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$ $\quad H(5/0)$

$\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix} \perp \begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$

$h: X = \begin{pmatrix}5\\0\end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$ ← Parameterdarstellung

$h: \begin{cases} x = 5 - s \\ y = 2s \end{cases}$

Multiplikation mit Normalvektor:

$h: \begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}5\\0\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix} + s \cdot \underbrace{\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}}_{0}$

$h: \begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix} \begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}5\\0\end{pmatrix} \begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$ ← Normalvektorform

1. Variante: Normalvektorform ausmultiplizieren

$h: 2x + y = 10$ ← allg. Geradengleichung

2. Variante: Parameter eliminieren

$h: \begin{cases} x = 5 - s & / \cdot 2 \\ y = 2s \end{cases} \quad \rangle \oplus$

$h: 2x + y = 10$ ← allg. Geradengleichung

6) Geg: $g: X=\begin{pmatrix}0\\2\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}$ $h: X=\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}-1\\-2\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}=-2\cdot\begin{pmatrix}-1\\-2\end{pmatrix} \Rightarrow \underline{g \parallel h}$

$\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$ in g: $\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\2\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}$

$3=2t \Rightarrow t=\frac{3}{2}$

$1=2+4t \leadsto -1=4t \Rightarrow t=-\frac{1}{4}$ $\Big\} \neq \Rightarrow \underline{g \not\equiv h}$

7) Geg: $g: X=\begin{pmatrix}-1\\-5\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix}$ $h: x=\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}1\\-2\end{pmatrix}$

a) $\begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix}\not\parallel\begin{pmatrix}1\\-2\end{pmatrix} \Rightarrow g \not\parallel h \Rightarrow \underline{g \times h}$, denn $\nexists k$: $\begin{matrix}4=k\cdot 1,\\ 3=k\cdot(-2)\end{matrix}$

$g: \begin{cases} x=-1+4t \\ y=-5+3t \end{cases}$ $h: \begin{cases} x=1+s \\ y=2-2s \end{cases}$

$\text{I}: -1+4t=1+s \quad |\cdot 2$
$\text{II}: -5+3t=2-2s$ $\Big\} \oplus$

$-7+11t=4 \leadsto 11t=11 \Rightarrow t=1$

$t=1$ in g: $S=\begin{pmatrix}-1\\-5\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\-2\end{pmatrix}$ $\underline{S(3/-2)}$

b) $\vec{n}_g=\begin{pmatrix}-3\\4\end{pmatrix}$ $g: \begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-3\\4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\-5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-3\\4\end{pmatrix}$

$\vec{n}_h=\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$ $h: \begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$

$g: -3x+4y=-17$
$h: 2x+y=4 \quad |\cdot 4$ $\Big\} \ominus$

$-11x=-33 \Rightarrow x=3$

$x=3$ in h: $6+y=4 \Rightarrow y=-2$

$\underline{S(3/-2)}$