

Vektorrechnung im R3 - Beispiele

I. Vektoren

1. Berechne die folgenden Kreuzprodukte:

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 4 \\ -7 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -5 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ -3 \end{pmatrix}$$

2. Berechne die Flächen des Parallelogramms und des Dreiecks, die von den beiden Vektoren $\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ -2 \end{pmatrix}$ aufgespannt werden.

II. Geraden

3. Gegeben sind die Punkte A(-3/1/4) und B(-1/0/5). Stelle die Geraden, auf der diese 2 Punkte liegen, in

a) Parameterform und

b) parameterfreier Form auf.

4. Gegeben sind die 3 Punkte A(1/2/3), B(3/4/-1) und C(4/5/3). Überprüfe, ob all diese Punkte auf derselben Geraden liegen.

5. Berechne die Lagebeziehungen der folgenden Geraden zueinander und ggf. deren Schnittpunkt:

$$\text{a) } g: X = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad h: X = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -6 \\ 8 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } g: X = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad h: X = \begin{pmatrix} 5 \\ 8 \\ -4 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } g: X = \begin{pmatrix} 18 \\ -1 \\ 14 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad h: X = \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

III. Ebenen

6. Gegeben sind die 3 Punkte $A(4/0/3)$, $B(2/2/-1)$ und $C(0/-3/5)$. Gib die Ebene, die von diesen Punkten aufgespannt wird in

- Parameterform
- Normalvektorform
- und allg. Ebenengleichung

an.

7. Gegeben sind die beiden Ebenen $\varepsilon_1: 2x - y + z = 3$ und $\varepsilon_2: -x + 3y + 3z = 1$. Bestimme deren gegenseitige Lage zueinander und ggf. deren Schnittgerade.

8. Gegeben sind die Ebene $\varepsilon: -x + 3y - 5z = 3$ und die Gerade $g: X = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$. Bestimme deren gegenseitige Lage und ggf. deren Schnittpunkt.