

$$1. \vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$a) \vec{n}_1 = \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \vec{n}_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$b) \vec{a} = \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix} \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{v} = \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix} = (-5) \cdot (-1) + 3 \cdot 4 = 5 + 12 = 17 \neq 0 \Rightarrow \underline{\vec{a} \not\perp \vec{v}}$$

$$\vec{b} \cdot \vec{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix} = 2 - 12 = -10 \neq 0 \Rightarrow \underline{\vec{b} \not\perp \vec{v}}$$

$$\vec{c} \cdot \vec{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix} = -4 + 4 = 0 \Rightarrow \underline{\vec{c} \perp \vec{v}}$$

$$c) \vec{d} = \begin{pmatrix} 3 \\ y \end{pmatrix} \quad \vec{e} = \begin{pmatrix} x \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{d} \cdot \vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix} = -3 + 4y \stackrel{!}{=} 0 \quad | +3$$

$$4y = 3 \quad | :4$$

$$y = \frac{3}{4}$$

$$\underline{\vec{d} = \begin{pmatrix} 3 \\ \frac{3}{4} \end{pmatrix}} \quad \underline{\vec{d} = \frac{3}{4} \cdot \vec{n}_2} \quad \underline{\vec{d} = -\frac{3}{4} \cdot \vec{n}_1}$$

$$\vec{e} \cdot \vec{v} = \begin{pmatrix} x \\ -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix} = -x - 8 \stackrel{!}{=} 0 \quad | +8 ; \cdot (-1)$$

$$x = -8$$

$$\underline{\vec{e} = \begin{pmatrix} -8 \\ -2 \end{pmatrix}} \quad \underline{\vec{e} = -2 \cdot \vec{n}_2} \quad \underline{\vec{e} = 2 \cdot \vec{n}_1}$$

$$d) \cos(\varphi) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b}\|}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix} = 10 - 9 = 1 \quad \|\vec{a}\| = \sqrt{34} \quad \|\vec{b}\| = \sqrt{13}$$

$$\varphi = \cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{13}}\right) \approx \underline{73,9^\circ}$$

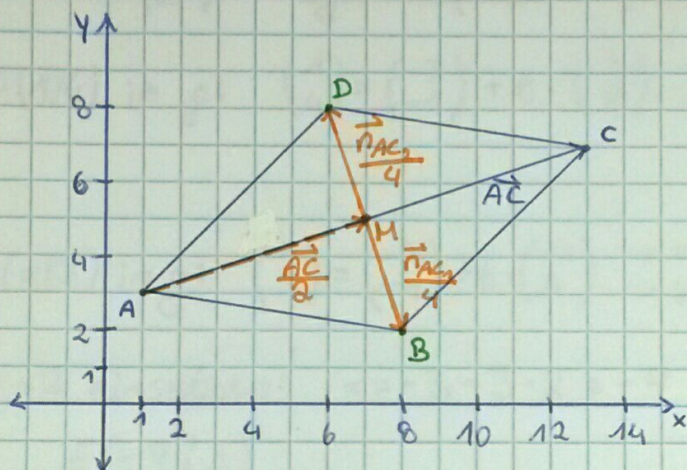
2. # [A(1/3), B, C(13/7), D] $\overline{AC} = 2 \cdot \overline{BD}$

$$\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 12 \\ 4 \end{pmatrix} \quad H = A + \frac{\overrightarrow{AC}}{2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \end{pmatrix} \quad H(7/5)$$

$$\vec{n}_{AC_1} = \begin{pmatrix} -4 \\ 12 \end{pmatrix} \quad \vec{n}_{AC_2} = \begin{pmatrix} 4 \\ -12 \end{pmatrix}$$

$$B = H + \frac{\vec{n}_{AC_2}}{4} = \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \underline{\underline{B(6/2)}}$$

$$D = H + \frac{\vec{n}_{AC_1}}{4} = \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \end{pmatrix} \quad \underline{\underline{D(6/8)}}$$



3. $\square [A(-3/0), B(1/-1), C(4/3), D(0/4)]$

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{16+1} = \sqrt{17}$$

$$\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \|\overrightarrow{BC}\| = 5$$

$$\overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \|\overrightarrow{CD}\| = \sqrt{17}$$

$$\overrightarrow{DA} = \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix} \quad \|\overrightarrow{DA}\| = 5$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = 12 - 4 = 8 \neq 0 \Rightarrow \overrightarrow{AB} \not\perp \overrightarrow{BC}$$

da $\|\overrightarrow{AB}\| = \|\overrightarrow{CD}\|$, $\|\overrightarrow{BC}\| = \|\overrightarrow{DA}\|$ und $\overrightarrow{AB} \not\perp \overrightarrow{BC}$, folgt, dass es sich bei dem Viereck um ein Parallelogramm handelt

Anm.:
3, 4, 5 sind
"Pythagoräisches
Triplet"

4, $A(-3|-1), B(2|0), C(-1|2)$

a) $\vec{AB} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ $h_{AB}: X = A + s \cdot \vec{AB} = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$

C einsetzen: $\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{matrix} -1 = -3 + 5s \\ 2 = -1 + s \end{matrix} \rightsquigarrow \begin{matrix} 2 = 5s \\ s = 3 \end{matrix} \rightsquigarrow s = \frac{2}{5} \neq 3$
 $\Rightarrow C \notin h_{AB}$

die Punkte A, B, C liegen nicht auf einer Geraden

b) $\vec{BC} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ $g: X = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$

D(1|4) in g: $\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{matrix} 1 = -3 - 3t \\ 4 = -1 + 2t \end{matrix} \rightsquigarrow \begin{matrix} t = -\frac{4}{3} \\ t = \frac{5}{2} \end{matrix} \neq$
 $\Rightarrow D \notin g$

E(x|3) in g: $\begin{pmatrix} x \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{matrix} x = -3 - 3t \\ 3 = -1 + 2t \end{matrix} \rightsquigarrow t = 2$

t=2 einsetzen: $x = -3 - 3 \cdot 2 = -9$

E(-9|3)

c) Ges.: g_{AB}, g_{BC}, g_{AC}

$g_{AB}: X = A + s \cdot \vec{AB}$

$\vec{AB} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$

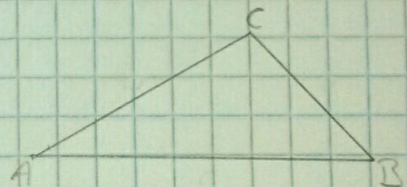
$g_{AB}: X = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\vec{BC} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$

$g_{BC}: X = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\vec{AC} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

$g_{AC}: X = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix} + u \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$



5, Geg.: $g: X = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ $H(5/0)$

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \perp \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$h: X = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ \leftarrow Parameterdarstellung

$h: \begin{cases} x = 5 - s \\ y = 2s \end{cases}$

Multiplikation mit Normalvektor:

$$h: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}}_0$$

$h: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ \leftarrow Normalvektorform

1. Variante: Normalvektorform ausmultiplizieren

$h: 2x + y = 10$ \leftarrow allg. Geradengleichung

2. Variante: Parameter eliminieren

$h: \begin{cases} x = 5 - s \\ y = 2s \end{cases}$ $\cdot 2 \quad \geq \oplus$

$h: 2x + y = 10$ \leftarrow allg. Geradengleichung

$$6) \text{ Geg: } g: X = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} \quad h: X = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} = -2 \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix} \Rightarrow \underline{g \parallel h}$$

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ in } g: \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$3 = 2t \Rightarrow t = \frac{3}{2}$$

$$1 = 2 + 4t \leadsto -1 = 4t \Rightarrow t = -\frac{1}{4} \neq \Rightarrow \underline{g \neq h}$$

$$7) \text{ Geg: } g: X = \begin{pmatrix} -1 \\ -5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} \quad h: X = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$a) \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} \not\parallel \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix} \Rightarrow g \not\parallel h \Rightarrow \underline{g \times h}, \text{ denn } \nexists k: \begin{matrix} 4 = k \cdot (-1) \\ 3 = k \cdot (-2) \end{matrix}$$

$$g: \begin{cases} x = -1 + 4t \\ y = -5 + 3t \end{cases} \quad h: \begin{cases} x = 1 + s \\ y = 2 - 2s \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} \text{I: } -1 + 4t = 1 + s \quad | \cdot 2 \\ \text{II: } -5 + 3t = 2 - 2s \end{array} \quad | \cdot 2 \quad \ominus$$

$$-7 + 11t = 4 \leadsto 11t = 11 \Rightarrow t = 1$$

$$t = 1 \text{ in } g: S = \begin{pmatrix} -1 \\ -5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \underline{S(3/-2)}$$

$$b) \vec{n}_g = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix} \quad g: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\vec{n}_h = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad h: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{l} g: -3x + 4y = -17 \\ h: 2x + y = 4 \end{array} \quad | \cdot 4 \quad \ominus$$

$$-11x = -33 \Rightarrow x = 3$$

$$x = 3 \text{ in } h: 6 + y = 4 \Rightarrow y = -2$$

$$\underline{S(3/-2)}$$