Vektorrechnung im R2 - Beispiele

I. Vektoren

1. Gegeben ist der Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$.

a) Ermittle seine beiden Normalvektoren.

b) Ermittle mittels Orthogonalitätskriterium, ob der Vektor $\vec{v}$ normal auf die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ steht.

c) Bestimme $\vec{d} = \begin{pmatrix} 3 \\ y \end{pmatrix}$ und $\vec{e} = \begin{pmatrix} x \\ -2 \end{pmatrix}$ so, dass sie normal zum Vektor $\vec{v}$ stehen und gib sie auch als Vielfache der in a) bestimmten Normalvektoren an.

d) Berechne den Winkel zwischen den Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$.

2. Gegeben sind die Punkte A(1/3) und C(13/7) einer Raute. Die Diagonale AC ist doppelt so lang wie BD. Berechne die Punkte B und D! Mach außerdem eine Skizze.

> Anm.: Eine Raute (Rhombus) ist ein Parallelogramm, bei dem alle 4 Seiten gleich lang sind und die Diagonalen normal aufeinander stehen.

3. Gegeben ist ein Viereck [A(-3/0), B(1/-1), C(4/3), D(0/4)]. Überprüfe rechnerisch, um welche Art von Viereck es sich handelt (Quadrat, Rechteck, Parallelogramm,…). Begründe deine Aussage!

II. Geraden

4. Gegeben sind die Punkte A(-3/-1), B(2/0), C(-1/2).

a) Überprüfe, ob die drei Punkte auf einer Geraden liegen.

b) Bestimme die Parameterdarstellung jener Geraden g, die durch A geht und zu $\overrightarrow{BC}$ parallel ist. Überprüfe außerdem, ob der Punkt D(1/4) auf der Geraden g liegt und bestimme den Punkt E(x/3) so, dass er auf g liegt.

c) Die Punkte A, B, C spannen ein Dreieck auf. Gesucht sind die Parameterdarstellungen der Trägergeraden der Seiten des Dreiecks.

5) Gegeben ist die Gerade $g: X = \binom{4}{1} + t \cdot \binom{2}{1}$. Finde die Gerade h, die durch den Punkt H(5/0) geht und normal auf g steht. Gib diese Gerade h in Parameterdarstellung, Normalvektorform und allgemeiner Geradengleichung an!

6) Gegeben sind die Geraden $g: X = \binom{0}{2} + t \cdot \binom{2}{4}$ und $h: X = \binom{3}{1} + s \cdot \binom{-1}{-2}$. Überprüfe ihre gegenseitige Lage.

7) Gegeben sind die Geraden $g: X = \binom{-1}{-5} + t \cdot \binom{4}{3}$ und $h: X = \binom{1}{2} + s \cdot \binom{1}{-2}$.

a) Überprüfe die gegenseitige Lage der Geraden. Berechne ggf. ihren Schnittpunkt, indem du ihre Gleichungen gleichsetzt.

b) Forme die Geraden auf die allgemeine Geradenform um und bestimme nochmals ihren Schnittpunkt.